

NUEVOS AVANCES EN LAS TEORÍAS DE LA ROTACIÓN DE LA TIERRA RÍGIDA

Marta Folgueira López
Instituto de Astronomía y Geodesia.
Facultad de Ciencias Matemáticas.
Universidad Complutense.
28040 Madrid.

Resumen

La precisión actualmente alcanzada por las técnicas observacionales modernas como VLBI (Very Long Baseline Interferometry), SLR (Satellite Laser Ranging) y GPS (Global Positioning System) necesita disponer de una teoría de precesión-nutación de Tierra rígida, cada vez más precisa, que sirva de base para el cálculo de la nutación de un modelo de Tierra no rígido. En este trabajo, se analizan los recientes trabajos relacionados con la teoría Hamiltoniana de Rotación de la Tierra rígida y se evalúan los términos Oppolzer que provienen del armónico J_3 .

Abstract

The actual accuracy reaches by modern observational techniques as VLBI (Very Long Baseline Interferometry), SLR (Satellite Laser Ranging) and GPS (Global Positioning System) needs to elaborate a precise theory of precession-nutation when considering the case of a rigid Earth, which will be used to calculate the nutation of non-rigid Earth. We analyze here the new works of rigid Earth's Rotation starting from the Hamiltonian theory and also we evaluate the Oppolzer terms coming from J_3 harmonic.

1. INTRODUCCIÓN.

Las series convencionales IAU (1980) de la nutación de la Tierra están basadas en dos trabajos fundamentales que son: primero, el cálculo de los coeficientes de la nutación para un modelo de Tierra rígida basado en el trabajo de Kinoshita (1977), en el que se utilizan las ecuaciones canónicas de Hamilton aplicadas a un elipsoide en rotación. Segundo, el cálculo de la nutación de la Tierra teniendo en cuenta las diversas propiedades geofísicas de la Tierra, como la realizada por Wahr (1979).

El segundo trabajo depende del primero. En otras palabras, la amplitud de cada coeficiente de la nutación para un modelo de Tierra no-rígido se obtiene a partir de la amplitud correspondiente a un modelo de Tierra rígido, mediante una función de transferencia.

Por tanto, la precisión de la teoría de nutación depende principalmente de dos factores:

- La construcción de un modelo terrestre,
- La precisión de la nutación de un modelo de Tierra rígido.

La comparación entre las series teóricas IAU (1980) con las estimadas a partir de las observaciones muestra diferencias en amplitud que llegan hasta los 20 *mas* (milisegundos de arco).

Con el fin de reducir las diferencias teoría-observación se tendrá que:

- Adoptar un modelo terrestre real y preciso que describa perfectamente las propiedades reológicas de la Tierra, teniendo en cuenta también otros efectos geofísicos que no han sido considerados en la teoría de Wahr (1979) como el aplanamiento del núcleo, la inelasticidad del manto, efectos atmosféricos, existencia de océanos, etc. Entre los recientes trabajos que tratan algunos de los efectos anteriores destacaremos los de (Dehant & Defraigne, 1997) y (Dehant *et al.*, 1997a,b).
- Extender las diversas teorías existentes de la nutación de la Tierra rígida. El orden de truncamiento de cada amplitud individual considerado en todas las teorías actuales es de 0.1 μ *as* (microsegundos de arco).

2. NUTACIÓN DE LA TIERRA RÍGIDA. ESTADO ACTUAL.

Resumiremos los recientes resultados en los que se utiliza la formulación Hamiltoniana:

- *Souchay & Kinoshita (1996)* han recalculado la precesión y los términos principales de la nutación debidos a la influencia del armónico zonal de grado 2. Tuvieron en cuenta la corrección de la precesión general en longitud con respecto al valor convencional, *Lieske et al. (1977)*, apuntada por *Williams (1994)*. Demostraron también que esta corrección influye notable y directamente sobre el valor de la elipticidad o aplanamiento dinámico de la Tierra.
- *Souchay & Kinoshita (1997)* han calculado de nuevo los términos de la nutación debidos a los coeficientes armónicos J_3 , J_4 , C_{22} y S_{22} y también la influencia directa de los planetas.
- *Souchay et al. (1997)* han estudiado los efectos debidos a la extensión de la teoría al segundo orden. En este mismo trabajo se presentan las tablas finales de la nutación de la Tierra rígida *REN-2000* en las que incluyen los nuevos términos de la nutación calculados en los trabajos anteriores y las componentes diurnas y subdiurnas de la nutación relacionadas con los armónicos no zonales de grado 3 y 4, que serán importantes para el estudio y modelización de algunos procesos geofísicos (oceánicos y atmosféricos) de periodo diurno y subdiurno *Folgueira et al. (1997a,b)*.

Sin embargo, en estos trabajos no se han considerado los términos Oppolzer correspondientes al armónico zonal de grado 3. Estos términos son más pequeños que los correspondientes términos de Poisson pero existen algunos que están por encima del orden de la décima del microsegundo de arco. En las siguientes secciones obtendremos

las expresiones teóricas y evaluaremos los coeficientes numéricos.

3. EXPRESIÓN DE LA ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA RELACIONADA CON LOS TÉRMINOS OPPOLZER DEBIDOS A J_3 .

Para calcular los términos Oppolzer debidos a J_3 , necesitamos expresar la energía potencial gravitatoria en función de las variables de Andoyer que describen el movimiento de rotación terrestre (Kinoshita, 1977) y otro grupo de variables que representen el movimiento orbital perturbado de la Luna (Folgueira & Sevilla, 1996), (Folgueira, 1998). La expresión final a la que hemos llegado es:

$$U (Opp-J_3) = \frac{\kappa^2 M M_M a^3}{a_M^4} J_3 \left(\frac{1}{4} \text{sen} J (1 - 5 \cos^2 J) \sum_{\varepsilon=\pm 1} \sum_i M_i^1(\varepsilon) \text{sen}(g - \varepsilon \chi_i) \right)$$

siendo,

κ^2 constante geocéntrica de gravitación,
 M masa de la Tierra,
 M_M masa de la Luna,
 a radio ecuatorial terrestre,
 a_M semieje mayor de la órbita de la Luna,
 r_M radio vector Tierra-Luna,
 J ángulo formado por el ecuador momento angular y el ecuador de figura,
 g variable de Andoyer (Kinoshita, 1977),
 χ_i combinación lineal de las siguientes cinco variables:

l_M longitud media de la Luna,
 g_M longitud del perigeo lunar,
 h_M longitud media del nodo ascendente de la Luna,
 l_S longitud media del Sol,
 g_S longitud del perigeo solar.

y

$$M_i^1(\varepsilon) = -\frac{3}{4} \varepsilon \text{sen} I (-1 + 5 \cos^2 I) G_i^0 - \frac{1}{8} (1 + \cos I) (-1 - 10 \varepsilon \cos I + 15 \cos^2 I) G_i^1 \\ + \frac{1}{8} \varepsilon \text{sen} I (1 + \varepsilon \cos I) (1 - 3 \varepsilon \cos I) G_i^2 + \frac{1}{16} \text{sen}^2 I (1 + \varepsilon \cos I) G_i^3$$

donde I es la oblicuidad de la eclíptica. Los coeficientes G_i^j de la expresión anterior son funciones de los elementos orbitales de la órbita de la Luna. Sus valores numéricos se pueden encontrar en (Folgueira, 1998).

4. EXPRESIONES TEÓRICAS DE LOS TÉRMINOS OPPOLZER DEBIDOS A J_3 .

Aplicando el método de Hori (1966) para la obtención de los coeficientes de la nutación, hemos encontrado las siguientes expresiones de los términos Oppolzer debidos a J_3 , que representan la diferencia entre la nutación del plano perpendicular al eje momento angular y del ecuador de figura (Folgueira, 1998):

$$\Delta h(\text{Oppol}-J_3) \approx \frac{1}{3} \frac{k_M^{J_3}}{\sin I} \sum_{\epsilon \pm 1} \sum_i \frac{M_i^1(\epsilon)}{n_g - \epsilon N_i} \cos \chi_i$$

$$\Delta I(\text{Oppol}-J_3) \approx \frac{1}{3} k_M^{J_3} \sum_{\epsilon \pm 1} \sum_i \frac{\epsilon M_i^1(\epsilon)}{n_g - \epsilon N_i} \sin \chi_i$$

siendo,

$k_M^{J_3} = -0''.292654/\text{siglo}$ y n_g y N_i , el movimiento medio de la variable de Andoyer g y una combinación lineal de los movimientos medios de las variables que componen el argumento χ_i , respectivamente.

5. RESULTADOS NUMÉRICOS.

Las Tablas I y II muestran los términos Oppolzer en longitud y en oblicuidad relacionados con el armónico zonal de grado 3, mayores a $0.1 \mu\text{s}$. Se observa que el término mayor es el de argumento la longitud media de la Luna y de período 27.32158. La evolución temporal de estos términos se encuentra representada en las figuras A y B.

Tabla I: Coeficientes de los términos Oppolzer en longitud.

l_M	g_M	h_M	l_S	g_S	PERIODO (días)	COEFICIENTE (μs)
1	0	0	0	0	27.32158	1.267
2	-1	0	0	0	13.71879	0.213
0	1	0	0	0	3231.49565	0.068
2	1	0	-2	0	14.69814	0.050
1	0	1	0	0	27.43183	-0.134
3	0	-1	0	0	9.09501	0.139
3	0	0	0	0	9.10719	0.338
4	-1	0	0	0	6.84486	0.096

Tabla II: Coeficientes de los términos Oppolzer en oblicuidad.

l_M	g_M	h_M	l_S	g_S	PERIODO (días)	COEFICIENTE (μs)
1	0	0	0	0	27.32158	-0.504
2	-1	0	0	0	13.71879	-0.084
1	0	1	0	0	27.43183	0.053
3	0	-1	0	0	9.09501	-0.054
3	0	0	0	0	9.10719	-0.135

Figura A: Evolución temporal de los términos Oppolzer en longitud debidos al armónico zonal J_3 .

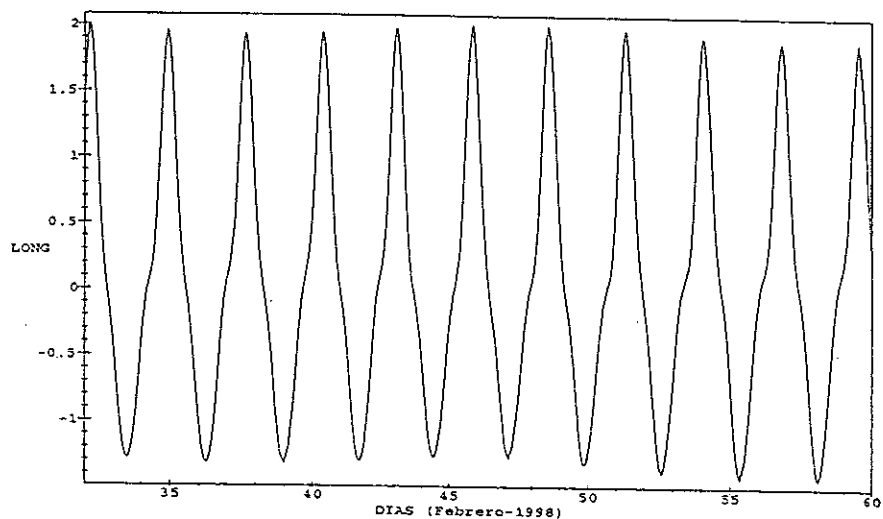
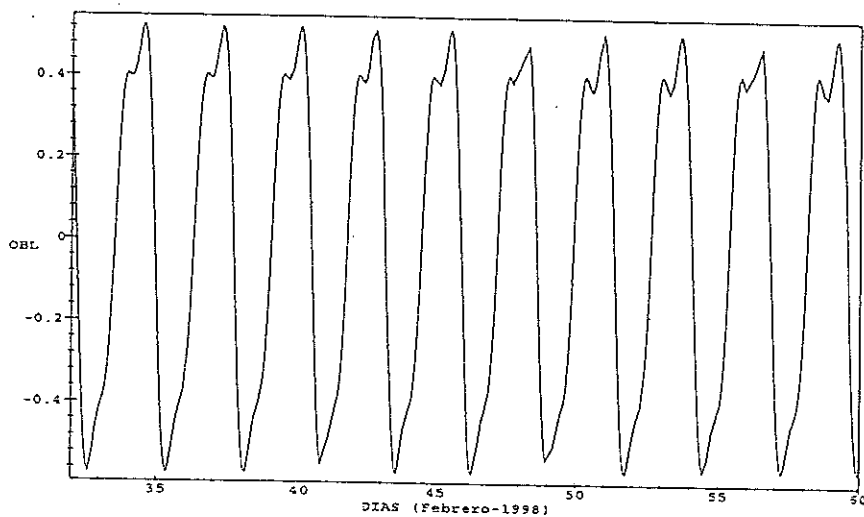
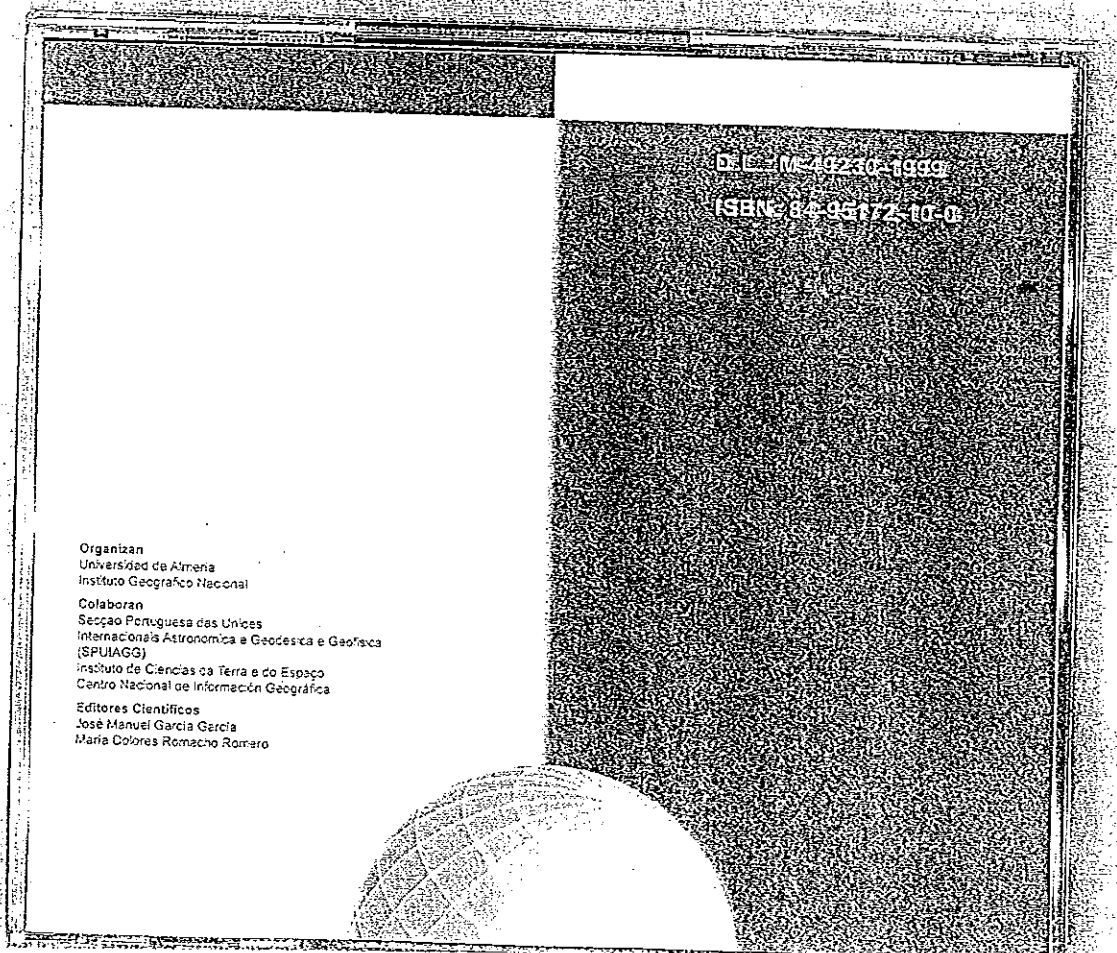


Figura B: Evolución temporal de los términos Oppolzer en oblicuidad debidos al armónico zonal J_3 .



Referencias:

- Dehant V. & Defraigne P.: 1997, "New transfer functions for nutations of a non-rigid Earth". *J. Geophys. Res.*, Vol. 102, N. B 12, pp. 27659-27687.
- Dehant V., Wilson C.R., Salstein D.A., Chao B.F., Gross R.S., Le Provost Ch. & Ponte R.M.: 1997a, "Study of Earth's rotation and geophysical fluids progresses". *EOS, Transactions, American Geophysical Union*, Vol. 78, N. 34, pp. 357-360.
- Dehant V., Feissel M., Defraigne P., Roosbeek F. & Souchay J.: 1997b, "Could the energy near the FCN and the FICN be explained by lunisolar or atmospheric forcing?". *Geophys. J. Int.* 130, pp. 535-546.
- Folgueira M. & Sevilla M.J.: 1996, "A comparative analysis of different sets of canonical variables in the treatment of the Earth's nutation". *Fourth International Workshop on Positional Astronomy and Celestial Mechanics*.
- Folgueira M., Souchay J. & Kinoshita H.: 1997a, "Effects on the nutation of non-zonal harmonics of third degree". *Celest. Mech.* (aceptado).
- Folgueira M., Souchay J. & Kinoshita H.: 1997b, "Effects on the nutation of C_{4m} and S_{4m} harmonics". *Celest. Mech.* (aceptado).
- Folgueira M.: 1998, "Series solución del movimiento de rotación de la Tierra obtenidas por métodos analíticos". *Tesis Doctoral*, Universidad Complutense de Madrid.
- Kinoshita H.: 1977, "Theory of the rotation of the rigid Earth". *Celest. Mech.* 15, pp. 277-326.
- Souchay J. & Kinoshita H.: 1996, "Corrections and new developments in rigid Earth nutation theory: I. Lunisolar influence including indirect planetary effects". *Astron. Astrophys.* 312, pp. 1017-1030.
- Souchay J. & Kinoshita H.: 1997, "Corrections and new developments in rigid Earth nutation theory: II. Influence of second-order geopotential and direct planetary effect". *Astron. Astrophys.* 318, pp. 639-652.
- Souchay J., Loysel B., Kinoshita H. & Folgueira M.: 1997, "Corrections and new developments in rigid Earth nutation theory: III. Final tables REN-2000 including crossed-nutation and spin-orbit coupling effects". *Astron. Astrophys.*
- Wahr J.M.: 1979, "The tidal motions of a rotating, elliptical, elastic and oceanless Earth". *Tesis Doctoral*, Universidad de Colorado.



Organizan
Universidade de Alameda
Instituto Geográfico Nacional
Colaboran
Associação Portuguesa das Unidades
Internacionais Astronómicas e Geodésicas e Geofísica
(SPUIAGG)
Instituto de Ciências da Terra e do Espaço
Centro Nacional de Informação Geográfica
Editores Científicos
José Manuel García García
Maria Colares Romacho Romero

DEL 1M-49230-1999
ISBN 84-95172-10-0

S01 Sistemas de Referencia y Geodesia Espacial

- 1 IMG Antunes, C.; Duarte, P.; Prates, G.; Santos, L. Sousa, P.; Cupeto, C.A.; Catita, C.; Navarro, A.; Calvão, J.
Utilização de GPS na determinação de superfícies piezométricas.
- 2 Barbadillo, A.
Red española de nivelación. Trabajos actuales en el IGN.
- 3 IMG Blesa, F.; Palacios, M.; Ferrer, S.
Refinamiento de los primeros armónicos del potencial terrestre con medidas láser de satélites GPS.
- 4 Cases, J.; Hernández-Pajares, M.; Juan, J.M.; Sanz, J.
Distintas estrategias para la determinación del retardo troposférico con GPS.
- 5 IMG Catalán Morollón, M.; Catalán Perez-Urquiola, M.
Utilización de técnicas geométricas de arco corto para mejorar la órbita de los satélites altimétricos
- 6 Hernández López, D.
Cálculo y compensación de redes GPS en el sistema de referencia RE50 según diferentes modelos matemáticos.
- 7 Fernandes, R.; Baptista, P.; Bastos, L.
Análise da dinâmica crustal recente no arquipélago dos Açores pelo uso de observações GPS.
- 8 IMG Fernández Ros, A.; Berrocoso Domínguez, M.
Parámetros locales de transformación de coordenadas entre los sistemas de referencia WGS84 y ED50 en las costas de la Península Ibérica.
- 9 Hernández López, D.
Transformación entre sistemas de referencia geodésicos. Particularización a la transformación entre el sistema de referencia global WGS84 y el sistema de referencia local RE50.
- 10 IMG Hernández-Pajares, M.; Juan, J.M.; Sanz, J.
Global 3-D Monitoring of Ionospheric Storms using GPS data.
- 11 IMG Folgueira López, M.
Nuevos avances en las teorías de la rotación de la tierra rígida.
- 12 Lima, N.
GPS como ferramenta para a geodinamica: os resultados duma experiência.
- 13 Malpica, J.A.; Sevilla, M.J.
Aplicación de la teoría de redes neuronales al diseño de redes de nivelación.
- 14 IMG Lara, M.
Uso de órbitas periódicas en el diseño de misiones de observación de la tierra.
- 15 Manzano Agugliaro, F.; García Buendía, T.; Aguilera Ureña, M.J.; Meroño de Larriva J.E.; López Hernández, M.
Evaluación de metodologías para la obtención de coordenadas ED50 y UTM en base a observaciones GPS monofrecuencia. Aplicación en la red geodésica de Córdoba.

- 16 IMG Manzano Agugliaro, F.; Meroño de Larriva J.E.; López Hernández, M.
Sistema integrado de localización y control para la georreferenciación e inventariación agraria basado en GPS con cobertura para todo el territorio de Andalucía.
- 17 IMG Núñez-García del Pozo, A.; Staller Vázquez, A.
Contraste de los sistemas EUREF, ED-50, ED87, Pico de las Nieves, Regente y Regcan95, con distintos trabajos geodésicos efectuados en España.
- 18 IMG Rodríguez Pujol, E.; Caturla Sánchez de Neira, J. L.; Ribeiro, H.
El proyecto IBERIA95.
- 19 Ibargüen J.; Ruiz Morales M.
Las memorias de Gauss de 1844 y 1847.
- 20 Sánchez Espeso, J. M.; Ferrer Torío, R.; de Luis Ruiz, J. M.; Dueñas Domingo, L.; Fernández Martínez, R.
Establecimiento de cotas ortométricas empleando el sistema gps: detección y tratamiento de errores sistemáticos en el modelo de geide empleado en base a la observación de un número mínimo de clavos de nivelación en ambitos de pequeña extensión.
- 21 Sánchez Espeso, J. M.; Ferrer Torío, R.
Experiencias en la medida de observables e influencias en el cálculo del retraso troposférico en la determinación de líneas base de variada configuración en el ámbito de la ingeniería civil.
- 22 Sánchez Menéndez, F.J.; Sevilla, M.J.
Programa GENDEM 3.0 para la digitalización de cartografía y fotografía aérea. Métodos planimétricos.
- 23 Berné Valero, J.L; Anquela Julián, A.B.
Estudio de las figuras de error en redes topo-geodesicas.
- 24 Martín, A.; Anquela, A.B.; Berné, J.L.; García, F.; Denia, J.L.
Metodología para la obtención de redes de nivelación geodésicas.
- 25 Vasconcelos, M.; Duarte, N.
Detecção de movimentos crustais recentes por utilização de observações espaciais e clássicas.
- 26 IMG Gil, A.J.; Ruiz, A.M.
Análisis de la bondad del GPS en nivelación.
- 27 IMG Grupo de VLBI del OAN (Observatorio Astronómico Nacional, IGN)
Proyectos de geodesia espacial en el observatorio astronómico nacional.